

槓桿型 ETF 的特性與風險(1)

- 槓桿型 ETF 是追蹤標的指數單日報酬率的倍數，並非一段期間(例如一個月)報酬率的倍數。
- 影響槓桿型 ETF 報酬率的主要因素有三項：原型 ETF 的投資報酬率、槓桿倍數以及波動度拖累。
- 因為波動度拖累的緣故，許多學者和實務界專家都不建議長期持有槓桿型 ETF。
- 槓桿倍數越大，波動度拖累造成槓桿型 ETF 下跌的幅度越高。
- 長期持有槓桿型 ETF 可能面臨非常高的風險。

作者：張森林

日期：2024 年 10 月 20 日

前面文章中我們提到投資人可以透過槓桿交易，擴大投資的獲利與損失。常見的交易方式就是投資人跟金融機構借貸或者從事融資交易，以取得自有資金 2 到 3 倍的投資金額和曝險。

隨著 ETF 市場的發展，現在在許多國家的證券交易所都有槓桿型 ETF 發行上市，提供投資人從事槓桿交易更方便的管道。槓桿型 ETF 設計的原理就是要每日複製連結標的指數報酬率的 n 倍， $n=-3, -2, -1, 2, 3$ 。槓桿型 ETF 的風險比一般 ETF 的風險要高，其風險報酬特徵比較特別，例如：其投資報酬率會受到波動率拖累(volatility drag)的影響，因此許多學者和實務界專家都不建議長期持有槓桿型 ETF。

值得注意的是，槓桿型 ETF 是追蹤標的指數單日報酬率的倍數，並非一段期間(例如一個月)報酬率的倍數。舉例來說，ProShares UltraPro QQQ (交易代號:TQQQ) 是一檔追蹤 Nasdaq-100 每日報酬率 3 倍的槓桿型 ETF，相較於 Nasdaq-100 指數 ETF(交易代號: QQQ)，TQQQ 每日的上漲或下跌幅度都是 QQQ 的 3 倍。那麼買入持有 TQQQ 2 天的報酬率會不會是買入持有 QQQ 2 天報酬率的 3 倍呢?答案是不會，我們可以用下列簡單的數學證明來呈現，假設持有 QQQ 第一天和第 2 天的報酬率分別是 R_1 和 R_2 ，經過 2 天後累積報酬如下：

$$\text{QQQ: } (1 + R_1)(1 + R_2) = 1 + R_1 + R_2 + R_1 \times R_2,$$

換言之，2 天的累積報酬率為 $R_1 + R_2 + R_1 \times R_2$ 。所以 QQQ 的 3 倍報酬率應該是 $3R_1 + 3R_2 + 3R_1 \times R_2$ 。但 TQQQ 累積 2 日報酬的本利和為：

$$\text{TQQQ: } (1 + 3R_1)(1 + 3R_2) = 1 + 3R_1 + 3R_2 + 9R_1 \times R_2,$$

所以投資 TQQQ 2 天的累積報酬率為 $3R_1 + 3R_2 + 9R_1 \times R_2$ ，和 QQQ 的 3 倍報酬率相差 $6R_1 \times R_2$ 。

上述的差異會隨著持有期間的增加而擴大，舉例來說，Direxion Daily MSCI South Korea Bull 3X Shares (交易代號: KORU) 是一檔追蹤

MSCI 南韓股價指數每日報酬率 3 倍的槓桿型 ETF，相對應的，iShares MSCI South Korea Capped ETF (交易代號: EWY) 是追蹤該指數的原型(1 倍報酬)ETF。如果投資人從 2013 年 4 月 10 日到 2020 年 3 月 13 日投資 EWY，買入持有 EWY 的報酬率為-0.99%。同一期間，如果投資人投資 KORU，許多人合理猜想的報酬率應該是-3%左右，然而實際的投資報酬率卻是-70.61%，遠低於-3%。買入持有 KORU 報酬率落後 EWY 3 倍報酬率這麼多的原因，並非是發行投信公司的追蹤誤差太高導致的，而是因為**波動度拖累**造成的，尤其是因為韓國股市報酬率的波動度特別大，累積 7 年下來平均每年拖累報酬率造成的損失大約 8% 到 9%，影響不可謂不大。這也就是為什麼許多學者和實務界專家都不建議長期持有槓桿型 ETF 的原因。

國外的投信公司都有特別提醒投資人，波動度拖累對投資報酬率的影響，例如下面的截圖是 3 倍槓桿型 ETF 公開說明書的資料表格，根據這個表格，追蹤指數的波動度對於 3 倍槓桿型 ETF 投資報酬率的影響非常大，舉例來說，如果一年內指數報酬率為正 20%，當指數波動度為 10%時，3 倍槓桿型 ETF 投資報酬率為 67.7%；當指數波動度為 25%時，3 倍槓桿型 ETF 投資報酬率迅速下降到 43.3%，甚至於當指數波動度為 50%時，3 倍槓桿型 ETF 的投資報酬率已經變成負值(-18.4%)! 由此可見波動度拖累的影響非常大，尤其是當槓桿型 ETF 的槓桿比例特別高時。

Estimated Fund Returns

Index Performance		One Year Volatility Rate				
One Year Index	Three times (3x) the One Year Index	10%	25%	50%	75%	100%
-60%	-180%	-93.8%	-94.7%	-97.0%	-98.8%	-99.7%
-50%	-150%	-87.9%	-89.6%	-94.1%	-97.7%	-99.4%
-40%	-120%	-79.0%	-82.1%	-89.8%	-96.0%	-98.9%
-30%	-90%	-66.7%	-71.6%	-83.8%	-93.7%	-98.3%
-20%	-60%	-50.3%	-57.6%	-75.8%	-90.5%	-97.5%
-10%	-30%	-29.3%	-39.6%	-65.6%	-86.5%	-96.4%
0%	0%	-3.0%	-17.1%	-52.8%	-81.5%	-95.0%
10%	30%	29.2%	10.3%	-37.1%	-75.4%	-93.4%
20%	60%	67.7%	43.3%	-18.4%	-68.0%	-91.4%
30%	90%	113.2%	82.1%	3.8%	-59.4%	-89.1%
40%	120%	166.3%	127.5%	29.6%	-49.2%	-86.3%
50%	150%	227.5%	179.8%	59.4%	-37.6%	-83.2%
60%	180%	297.5%	239.6%	93.5%	-24.2%	-79.6%

關於槓桿型 ETF 和原型 ETF 報酬率之間的關係，財務數學家用模型證明了兩者間的關係式，Avellaneda and Zhang (2010)推導的公式如下：¹

$$\frac{L_t}{L_0} \approx \left(\frac{S_t}{S_0}\right)^\beta \exp\left\{\frac{\beta - \beta^2}{2} V_t + \beta H_t + ((1 - \beta)r - f)t\right\}, \quad (4.2.1)$$

其中， L_t 和 L_0 分別為槓桿型 ETF 在 t 和 0 時間點的股價； S_t 和 S_0 分別為槓桿型 ETF 在 t 和 0 時間點的股價； β 為槓桿倍數； H_t 為標的股票或 ETF 的累計借款成本； r 為無風險利率； f 為槓桿型 ETF 的總費用比率；而 V_t 為槓桿型 ETF 標的資產報酬率的已實現變異數(波動度平方)。

如果我們忽略掉借款成本、無風險利率和費用率的影響，上述的公式可以簡化為

$$\frac{L_t}{L_0} \approx \left(\frac{S_t}{S_0}\right)^\beta \exp\left\{\frac{\beta - \beta^2}{2} V_t\right\},$$

以 $\beta = 3$ 為例，代入公式後可以得到

$$\frac{L_t}{L_0} \approx \left(\frac{S_t}{S_0}\right)^3 \exp\{-3V_t\},$$

換言之，假設原型 ETF 在 10 年內上漲了 5 倍，3 倍槓桿型 ETF 最多可以上漲 125 倍，當然實際上上漲的幅度沒有這麼高，因為有波動度拖累的緣故，也就是 $\exp\{-3V_t\}$ 這一項。如果原型 ETF 的年化波動度是 20%，10 年累積的報酬率變異數為 $10 \times 20\% \times 20\% = 0.4$ ，代入 $\exp\{-3V_t\} = \exp(-1.2) = 0.301$ ，也就是說因為波動度拖累的緣故，最大上漲幅度 125 倍直接打三折，變成上漲 37.5 倍。

以三倍做多納斯達克指數(Nasdaq 100)的 TQQQ ETF 為例，從 2010 年 2 月 9 日的發行日到 2024 年 10 月 18 日期間，12 年 8 個多月的期間 TQQQ 總共上漲了 177.7 倍!!這麼驚人的漲幅主要是因為那斯達克指數 ETF (QQQ)上漲的 8 倍，按照上述公式，TQQQ 的最大上漲幅度是 512 倍，但因為波動度拖累的緣故，實際上漲倍數只有 177.7 倍。

從 2009 年 3 月金融海嘯的股市谷底迄今，全世界的股票市場經歷了長達 15 年的多頭走勢，投資人很容易因此以為市場長期就是多頭的走勢，而低估了潛在的風險，尤其輕忽了長期持有槓桿型 ETF 的風

¹ Avellaneda, M., & Zhang, S. (2010). Path-dependence of leveraged ETF returns. *SIAM Journal on Financial Mathematics*, 1(1), 586-603.

險。以上述的例子為例，美國科技股的代表指數 Nasdaq 100 在過去 15 年的漲幅確實非常驚人，所以買入持有 3 倍槓桿的 TQQQ 才會有高達 177 倍的報酬率。但**這麼高的槓桿真的可以長期持有嗎？**

我們如果回溯 Nasdaq 100 更長期的資料，就可以發現即使是 2 倍槓桿的 Nasdaq 100 指數 ETF，長期持有的風險之大可能會令投資人撐目結舌，更何況是長期持有 3 倍槓桿型 ETF。Nasdaq 100 在 1985 年 10 月 1 日的收盤指數為 112.14，2000 年 3 月 27 日收盤指數為 4704.73，短短不到 15 年的時間上漲約 42 倍，如果當時有 2 倍槓桿的 Nasdaq 100 指數 ETF，根據筆者的試算，投資人在 1985 年 10 月 1 日投入 100 美元購入，到了 2000 年 3 月 27 日，市值將上漲到 76390 美元，上漲了 763 倍!! 更驚人的是，如果當時有 3 倍槓桿型的 Nasdaq 100 指數 ETF，投資人的 100 美元將上漲到 587474 美元，上漲了 5874 倍之多。

相信身處其境的投資人應該很難不被 2 倍槓桿或 3 倍槓桿的 Nasdaq 100 指數 ETF 所吸引，但這正是危機之所在。當時 Nasdaq 100 指數瘋狂的上漲源自於網路泡沫，當泡沫破滅後，Nasdaq 100 指數開始逐步下跌，到了 2002 年 10 月 7 日，Nasdaq 100 收盤指數為 1092.81，短短一年 6 個多月的時間，Nasdaq 100 指數下跌了 83%，2 倍槓桿的 Nasdaq 100 指數 ETF 的市值從 76390 美元下跌到只剩下 1093 美元，下跌了 98.6%!!

3 倍槓桿的 Nasdaq 100 指數 ETF 更慘，市值從 587474 元下跌到只剩下 341 元，下跌幅度高達 99.94%，**即使投資人是從高點打一折的價格(58747 元)買入，下跌幅度仍然高達 99.4%!! 當時在高點買入的投資人即使持有到今天(持有期間超過 22 年)，報酬率仍然是-66.7%!!**

殷鑑不遠，上述的例子具體呈現了槓桿型 ETF 長期持有可能面臨的風險，值得投資人省思。